

Übungen zur Elektrodynamik

Abgabe Mittwoch, den 11.7.2001, 12:00 Uhr (Übungskästen)

WICHTIG: Die Bearbeitung dieses Blattes ist freiwillig und für diejenigen gedacht, die noch unter 50% der Punkte der Übungsblätter liegen. Die Aufgaben gehen nicht in den Wettbewerb um die höchste Punktzahl ein.

Die **2. Klausur** findet am Freitag, den 13. Juni 2001, von 14-17 Uhr im großen Hörsaal im Windausweg statt.

Aufgabe 28: (Green-Funktion)

6 Punkte

a) Sei $G(\vec{x}, t) := \frac{1}{4\pi r} \delta(t - \frac{r}{c})$, $r = |\vec{x}|$. Zeigen Sie durch direktes Nachrechnen (wie in der Vorlesung bei der retardierten und avancierten Lösung)

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) G(\vec{x}, t) = \delta^{(3)}(\vec{x}) \delta(t) .$$

b) Sei $f(\vec{x}, t)$ eine beliebige Funktion. Zeigen Sie mit (a), dass

$$\psi(\vec{x}, t) = \int d^3x' dt' G(\vec{x} - \vec{x}', t - t') f(\vec{x}', t')$$

die Wellengleichung

$$\left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \psi(\vec{x}, t) = f(\vec{x}, t)$$

erfüllt.

Aufgabe 29: (Erzeugung ebener Wellen)

6 Punkte

Gesucht sind die elektromagnetischen Felder \vec{E} und \vec{B} , die im Vakuum entstehen, wenn in der $x_2 - x_3$ -Ebene ein räumlich homogener, zeitlich oszillierender Strom in x_3 -Richtung fließt,

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = J_0 \exp(-i\omega t) \delta(x_1) \vec{e}_3 .$$

Es gelte $\rho(\vec{x}, t) = 0$.

a) Berechnen Sie zunächst das retardierte Vektorpotential für einen Punkt $\vec{x} = (x_1, 0, 0)$ auf der x_1 -Achse, $x_1 \neq 0$. Zur Regularisierung der auftretenden Integrale ersetzen Sie ω durch $\omega + i\varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$, und berechnen den Limes $\varepsilon \rightarrow 0$ des entstehenden Vektorpotentials. Anschaulich entspricht das einem (unendlich) langsamen Einschalten des Stroms.

b) Verallgemeinern Sie den Ausdruck des Vektorpotentials mit Hilfe von Symmetrieüberlegungen auf beliebige Orte \vec{x} außerhalb der $x_2 - x_3$ -Ebene.

c) Leiten Sie die elektromagnetischen Felder aus \vec{A} ab.