Prof. Dr. G. Hegerfeldt
Dr. M. Weigt

Sommersemester 2001
Blatt 2

Übungen zur Elektrodynamik

Abgabe Mittwoch, den 9.5.2001, 12:00 Uhr (Übungskästen)

Aufgabe 4: Es sei *6 Punkte*

$$\psi(\vec{x}, t) = \frac{e^{-i(\omega t \pm kr)}}{r}$$

mit $\omega, k > 0$ und $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$. Eine Massenstromdichte sei gegeben durch

$$\vec{j}(\vec{x}, t) = \frac{1}{2i}\{\overline{\psi}\nabla\psi - \psi\nabla\overline{\psi}\} \ .$$

Hierbei bezeichne $\bar{\cdot}$ die komplex Konjugierte. Berechnen Sie

$$\int_{\partial K_R} \vec{j}(\vec{x}, t) \cdot d\vec{o}$$

für beide Vorzeichen in ψ in Abhängigkeit vom Radius R der Kugel K_R (Mittelpunkt 0). Was passiert für $R \to 0$ (Quelle oder Senke)?

Aufgabe 5: Es sei ein Kreisstrom (Radius r, Stromstärke I) um den Nullpunkt in der x-y-Ebene gegeben. Für einen weit entfernten Aufpunkt $\vec{x}$ ($|\vec{x}| \gg r$) in der x-z-Ebene berechne man das vom Strom erzeugte Magnetfeld in Dipolnäherung. Plotten Sie die zugehörigen Feldlinien in der x-z-Ebene! *6 Punkte*
Hinweis: Der Nenner im Biot-Savart-Gesetz ist gemäß $(1+\alpha)^{-3/2} \simeq 1 - \frac{3}{2}\alpha$ zu entwickeln.

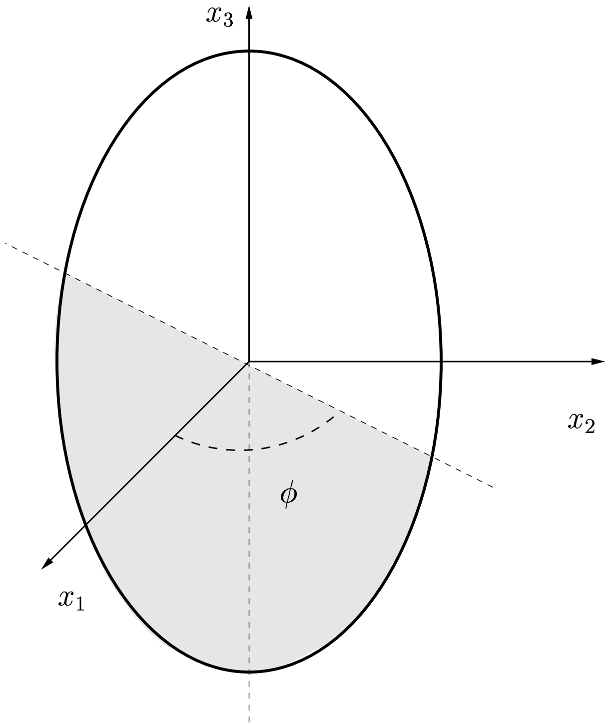
Aufgabe 6: (Peilantenne) Das $\vec{B}$-Feld einer elektromagnetischen Welle sei gegeben durch *6 Punkte*

$$\vec{B}(\vec{x}, t) = B_0 \cos\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - c \cdot t)\right\} \vec{e}_2 \ .$$

a) In welcher Richtung läuft die Welle?
b) Eine kreisförmige Drahtschleife ∂K vom Radius R sei drehbar um die x_3-Achse, sie Figur. Für die Wellenlänge gelte: $\lambda \gg R$. Berechnen Sie mit dieser Näherung das Linienintegral

$$U = \int_{\partial K} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

("Umlauf-(Ring)-Spannung") in Abhängigkeit vom Drehwinkel ϕ und der Zeit t. Für welche ϕ wird die Amplitude von U maximal bzw. minimal? Stellen Sie $U(\phi)$ in einem Polardiagramm dar.



Zusatzaufgabe: Analog zur Vorlesung werde vorausgesetzt, dass die Kraft eines Magnetfeldes auf ein geladenes Teilchen
(i) proportional zur Ladung q,
(ii) linear in der Geschwindigkeit $\vec{v}$ des Teilchens sei,
(iii) senkrecht auf $\vec{v}$ stehe, genauer gelte dies für $\vec{F} - q\vec{E}$, wobei $\vec{F}$ die Gesamtkraft und $\vec{E}$ die elektrische Feldstärke bezeichne.

Man zeige:
(a) Es existiert ein Vektorfeld $\vec{B}(\vec{x})$ mit

$$\vec{F} - q\vec{E} = \frac{q}{c}\vec{v} \times \vec{B} \ .$$

(b) Aus der Linearität folgt die Existenz einer Matrix $\mathbf{A}$ mit

$$\vec{F} - q\vec{E} = q\mathbf{A} \cdot \vec{v} \ .$$

Wie hängen $\mathbf{A}$ und $\vec{B}$ zusammen?