Prof Dr. R. Kree
Dr. A. Hartmann

Sommersemester 2002
Blatt 4

Übungen zur Thermodynamik und Statistik

Abgabe am Montag, den 6. Mai 2002, 11:00 Uhr (Übungskästen)

Achtung, Achtung:

Da die Computer- und insbesondere die Programmierkenntnisse leider geringer sind als angenommen, werden die **Computerübungen** vorerst **ausgesetzt**. Damit soll Ihnen Gelegenheit gegeben werden, fehlende Kenntnisse nachzuholen. Aus diesem Grunde verlängert sich auch das Abgabedatum für Aufgabe 8 bis zum Montag den 27. Mai.
Nach der ersten Klausur werden die Programmieraufgaben wieder aufgenommen. Aufgaben, die das Plotten von Funktionen und ähnliches umfassen, werden ebenfalls auf diesem Blatt nicht mit aufgenommen, können aber auch vor der Klausur wieder vorkommen, da solches Wissen (z.B. aus dem Praktikum) eigentlich vorausgesetzt werden kann.

Aufgabe 9: Energie-/fluktuationen (7 Punkte)
Betrachten Sie ein System mit diskretem Konfigurationsraum $\{\underline{\sigma}\}$ und Energien $H(\underline{\sigma})$ im kanonischen Ensemble.

a. Drücken Sie den Mittelwert der Energie $E \equiv \langle H \rangle$ durch die Zustandssumme Z aus. 2 Punkte

b. Berechnen Sie entsprechend $\langle H^2 \rangle$, daraus die Fluktuationen $\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2$ und setzten Sie sie in Beziehung zur spezifischen Wärme $c_N = \frac{\partial E}{\partial T}$. 5 Punkte

Aufgabe 10: N harmonische Oszillatoren (13 Punkte)
Betrachten Sie ein System von N unabhängigen quantenmechanischen harmonischen Oszillatoren mit Frequenz ω. Die Energie des Systems mit n_i Quanten pro Oszillator ist:

$$E = \sum_i \hbar\omega \left(n_i + \frac{1}{2} \right) \tag{1}$$

a. Zeigen Sie, dass die kanonische Zustandssumme $Z = 1/(2\sinh(\hbar\omega\beta/2))^N$ ergibt und berechnen Sie die Freie Energie. *4 Punkte*

b. Berechnen Sie den Mittelwert der Energie . Wie verhält sich die Energie bei $T \to \infty$? *3 Punkte*

c. Berechnen Sie die Wärmekapazität $c_N = \frac{\partial E}{\partial T}$, was ergibt sich für $T \to \infty$? *3 Punkte*

d. Berechnen Sie die relativen Schwankungen $\sqrt{\langle H^2 \rangle - \langle H \rangle^2}/\langle H \rangle$. *3 Punkte*

Aufgabe 11: Orientierungspolarisation (14 Punkte)
Betrachten Sie ein klassisches System von N nicht-wechselwirkenden Atomen mit Dipolmoment $\underline{d}_j = d\underline{\omega}_j$, mit $|\underline{\omega}_j| = 1$. Das System befindet sich im homogenen elektrischen Feld $\underline{E} = (E^x, E^y, E^z)^t$ mit potentieller Energie $V = -\sum_j \underline{E} \cdot \underline{d}_j$. Das System befinde sich in Kontakt mit einem Wärmebad der Temperatur T.

a. Bestimmen Sie die passende Zustandssumme Z. — 5 Punkte

   TIP: Verwenden Sie Z_0 für die Zustandssumme des klassischen Gases.

b. Berechnen Sie die mittlere Polarisierungsdichte $\underline{P}(T) \equiv \frac{1}{N} \langle \sum_i \underline{d}_i \rangle$. Schreiben Sie $\underline{P}(T)$ als Funktion der Langevinfunktion $L(x) = \coth(x) - 1/x$. — 4 Punkte

c. Ermitteln Sie den Nullfeld-Polarisierbarkeitstensor $\alpha_{\mu\nu} \equiv \frac{\partial}{\partial E^\mu} P^\nu(T)\Big|_{\underline{E}=0}$, $\mu, \nu = x,\ y,\ z$. — 5 Punkte

   TIP: Verwenden Sie die Taylorentwicklung von $L(x)$ um $x = 0$ (aus der Literatur oder indem Sie $x\coth(x)$ bis zur 2. Ordnung entwickeln).

Hinweis: Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Lösungen stets mit Ihrem **Namen** und mit **Name des Leiters und Nummer Ihrer Übungsgruppe** beschriftet und zusammengeheftet sind. Werfen Sie die Lösungen am Montag jeweils bis spätestens 11:00 Uhr in die dafür bestimmten Kästen ein! Die Kästen werden um diese Zeit geleert, und die Lösungen unmittelbar an die Leiter der einzelnen Übungsgruppen weitergegeben. Senden Sie bis zum gleichen Zeitpunkt Ihre erstellten Programme per email an Ihren Betreuer.